

Studiengang Mechatronik

Modul 16:

# FEM – Finite Elemente Methode

- Vorlesung -

Prof. Dr. Enno Wagner

19. Oktober 2022

## Übersicht

- Information / Organisation zur Lehrveranstaltung
- Einführung in die Finite Elemente Methoden

## Modul 16:

# FEM – Finite Elemente Methode

## Name des Kurses:

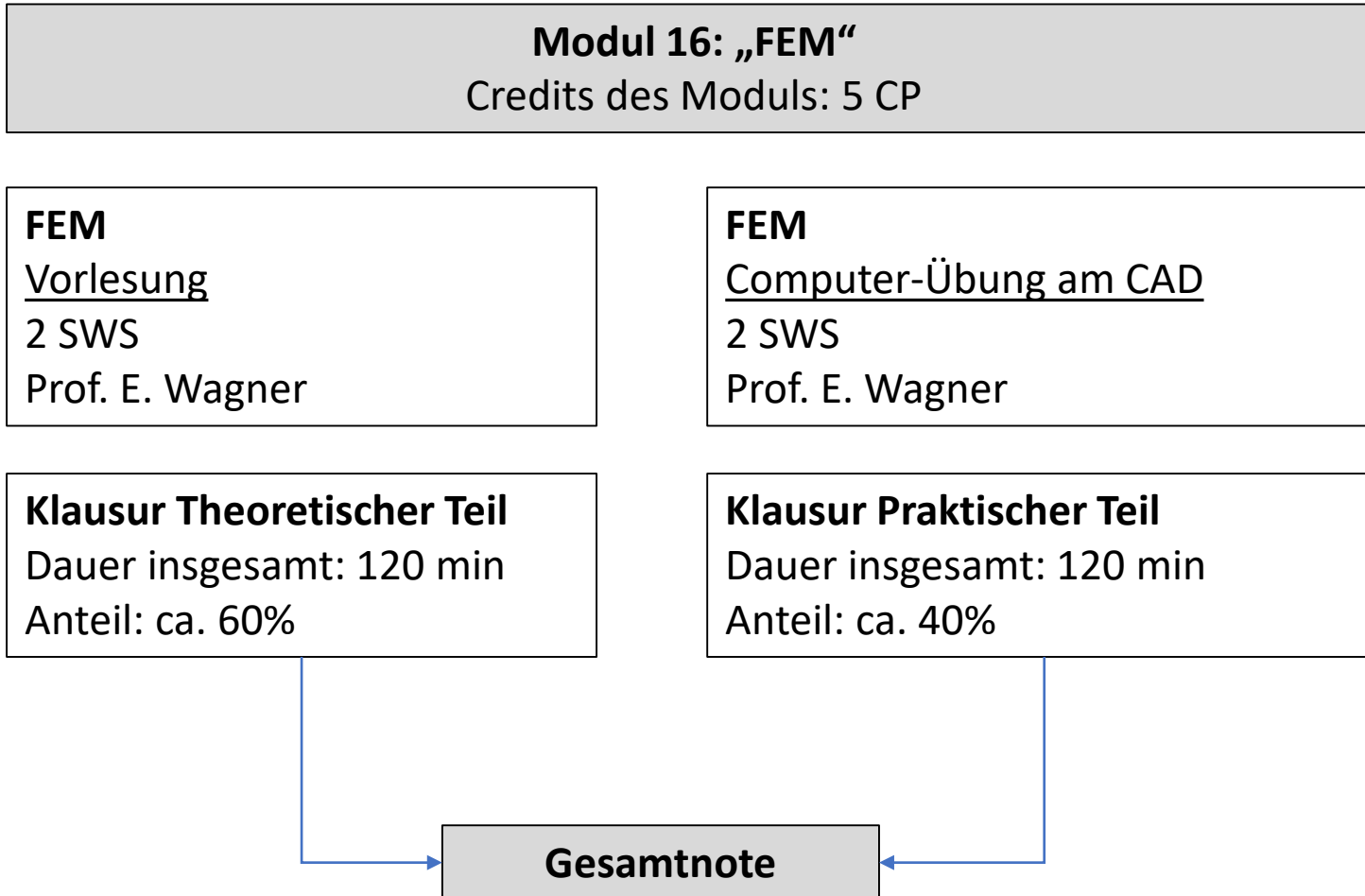
E. Wagner: Finite Elemente Methoden - WiSe 22/23

Kürzel: FEM-WS21/22

## Zugangsschlüssel:

FEM#2022

- Name der Lehrveranstaltung: „FEM“
- Lehrender: Prof. Dr. Enno Wagner
- Zielgruppe: Studierende Mechatronik, 3. Semester
- Voraussetzung: Modul 3 „Technische Mechanik 1“
- Umfang der Vorlesung: 4 SWS
- Vorlesung: Mittwoch, 8:15 – 9:45 Uhr, in Raum 8-105
- Übung: Mittwochs (im Anschluss an die Vorlesung),
  - Gruppe A: 10:00 – 11:30 Uhr Raum 9-106
  - Gruppe B: 11:45 – 13:15 Uhr Raum 9-106
- Gruppeneinteilung im campUAS



## Modulhandbuch:

### **Lernziele / Lernergebnisse**

Die Studierenden erwerben Kenntnisse über die FE-Methode und Fertigkeiten in der Anwendung einer FE-Software zur Auslegung von Bauteilen und Baugruppen sowie in der Interpretation der Ergebnisse.

## Modulhandbuch:

### **Kompetenzen**

Nach erfolgreicher Teilnahme an dem Modul sind die Studierenden in der Lage, den Einsatz der FE Methode bei der Entwicklung mechatronischer Systeme sinnvoll zu planen und einzusetzen. Sie können ihre Ergebnisse in wissenschaftlich adäquater Form darstellen und begründen. Die Studierenden können Bauteile und Baugruppen auslegen und ihre Ergebnisse diskutieren.



## Modulhandbuch

- Einführung in die Finite-Elemente-Methode: Grundgleichungen der FE-Methode, Elementtypen, Ansatzfunktionen, Matrixsteifigkeitsmethode
- Berechnung einfacher, linear elastischer Strukturen
- Anwendung einer FE-Software anhand von Beispielbauteilen und -baugruppen
- Handhabung der FE-typischen Eingaben (Elementtyp, -größe, Materialeigenschaften, Randbedingungen)
- Auswertung und Interpretation der Ergebnisse

## **Einführung in die Grundlagen der FE-Methode**

- Finite-Elemente-Strukturen unter Anwendung von Stabelementen
- Energieprinzip
- Näherungsverfahren und Formfunktion
- Systemsteifigkeitsmatrix
- Thermodynamische Simulation
- Anwendung einer FEM-Software

- Gross, D., Hauger, W., Schnell, W.: Technische Mechanik 1;  
Springer Verlag, Berlin 1993
- Dankert, J., Dankert, H.: Technische Mechanik;  
Springer Vieweg, 7. Auflage, Wiesbaden 2013
- Klein, B.: FEM – Grundlagen und Anwendungen der FEM;  
Vieweg Wiesbaden 2007
- Albrecht, H.: Grundlagen Finite Elemente, CAE - FEM;  
Skript Frankfurt UAS, 2019
- Vogel, M.: Creo Parametric und Creo Simulate;  
Hanser Verlag, München 2012

# Einführung

# **FEM - Finite Elemente Methode**

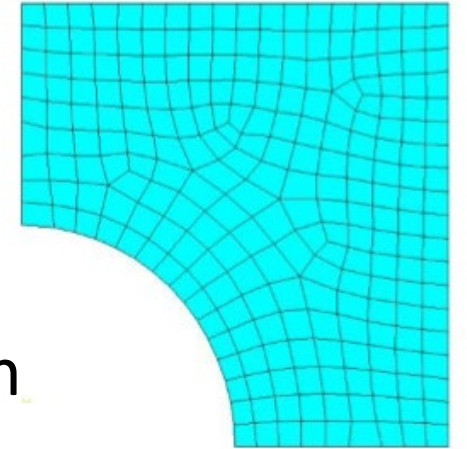
Was stellen Sie sich unter der Finiten  
Elemente-Methode vor ?

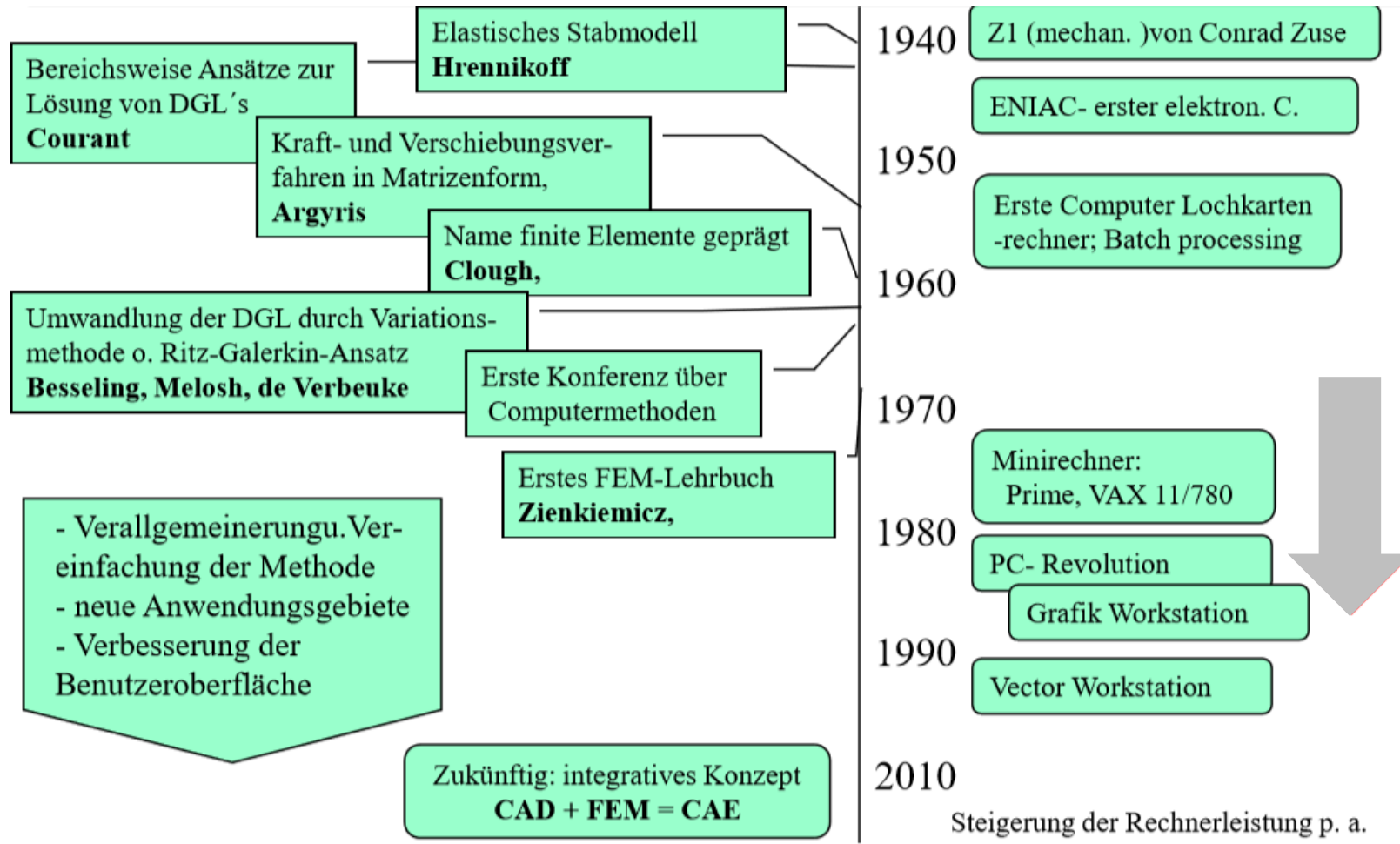
Wo kommt diese zur Anwendung?

=> Kurzes Brainstorming in Kleingruppen

## Finite Elemente

- Numerisches Verfahren
- Festigkeits- und Verformungsuntersuchungen von Festkörpern
- Elektrische Felder und räumliche Temperaturverteilung
- Komplexe Geometrien (analytisch praktisch nicht berechenbar)
- Unterteilung in endlich viele Teilgebiete (Teilkörper)
- Lösung über Ansatzfunktion
- Unterschied: Integralrechnung (analytisch) mit infinitesimal kleinen Gebieten

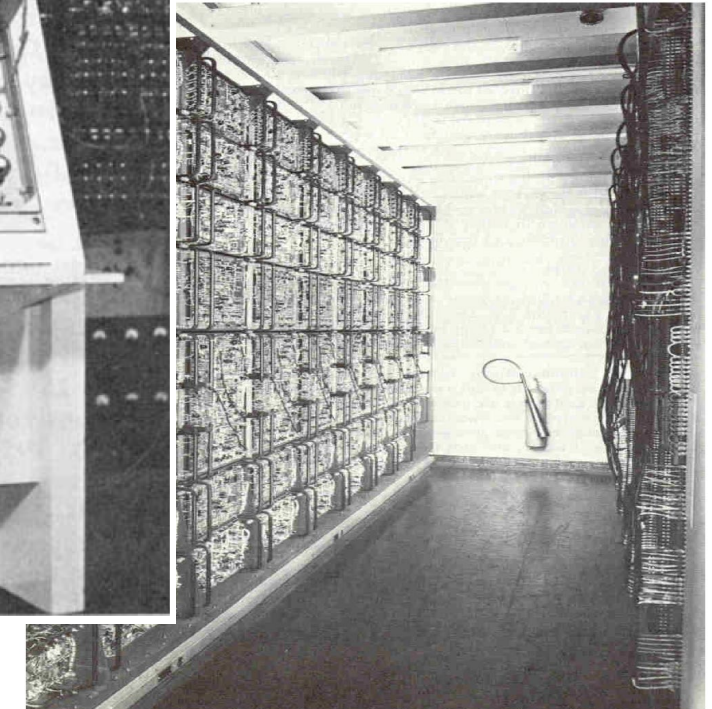
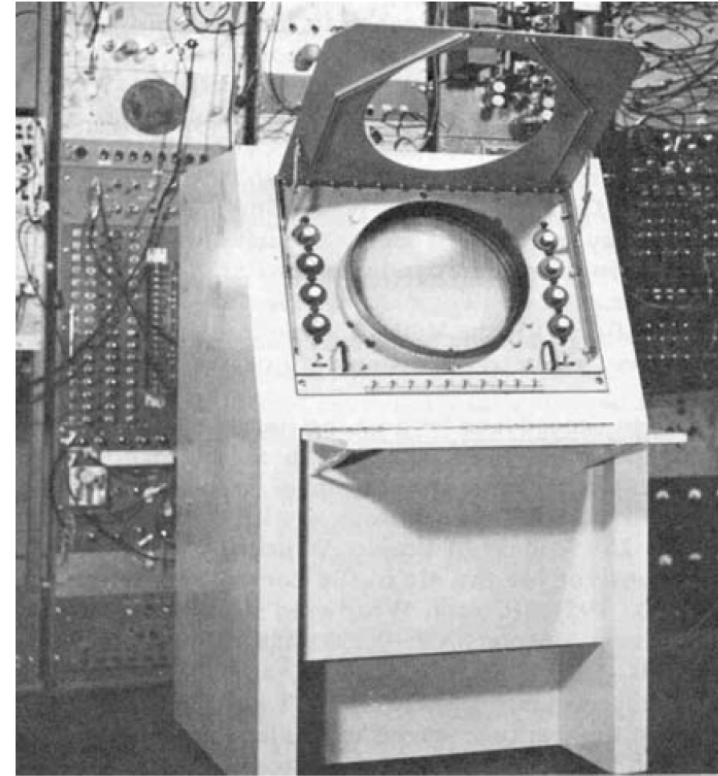




Quelle: Skript, Prof. Albrecht, SS2019

## Whirlwind Arithmetic Unit

- Um 1950, MIT, Cambridge, USA
- Ursprung: Servomechanism Laboratory
- Ziel: **Simulation Flugzeuge, Stabilitätskontrolle**
- Ausgründung: MIT Digital Computer Laboratory, in den 1950ern
- Speicher: 20 Wörter, später 256 Wörter
- Gestaltungsziel: 1024 => 2024 Wörter
- 15.500 Vakuum-Röhren



Quelle:

The Engineering Design Revolution

©David E. Weisberg 2008



## Heute

- CAE Systeme sind fester Bestandteil der Ingenieurausbildung
- Integration aus CAD und FEM => CAE
- Vielfältigste Anwendungsbereiche
  - Automobilbau
  - Medizintechnik
  - Mechatronik
  - Gerätetechnik
  - Strömungsmechanik
  - Thermodynamik



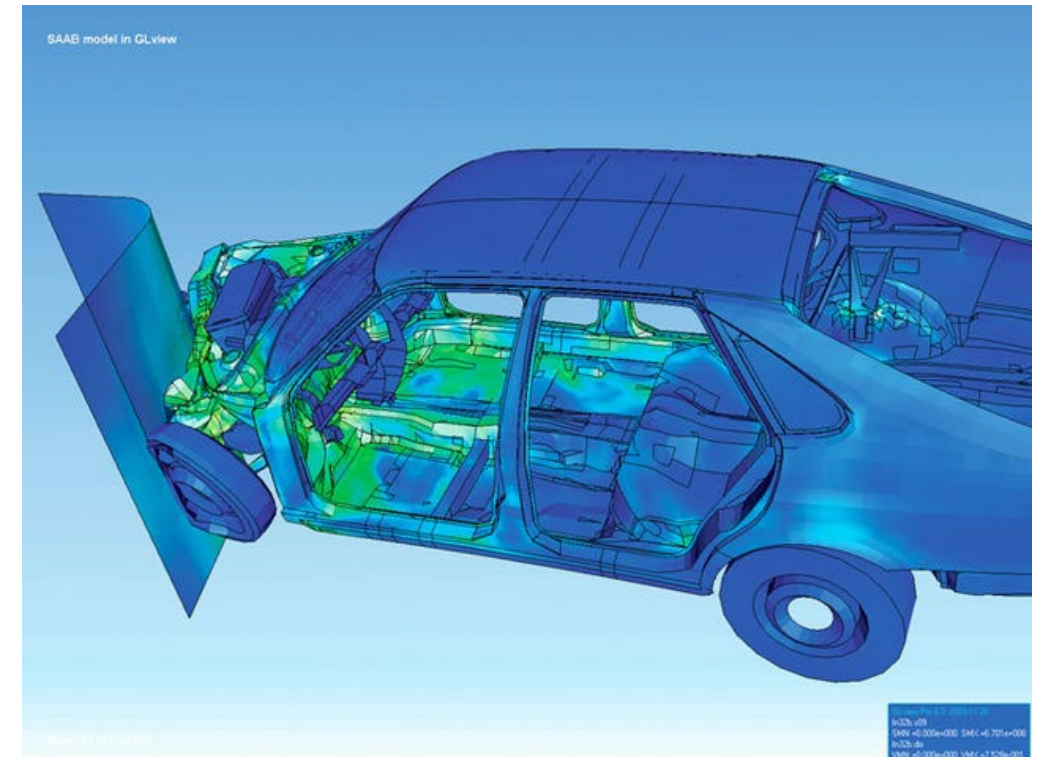
Quelle:  
Skript Prof.  
Albrecht, FEM  
Grundlagen,  
Seminarplaner  
CADFEM 2011

## Versuch



Quelle: Wikimedia Commons  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?search=crash+test&title=Special:MediaSearch&go=Go&type=image>

## FEM Simulation



Quelle: Wikimedia Commons  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FAE\\_visualization.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FAE_visualization.jpg)

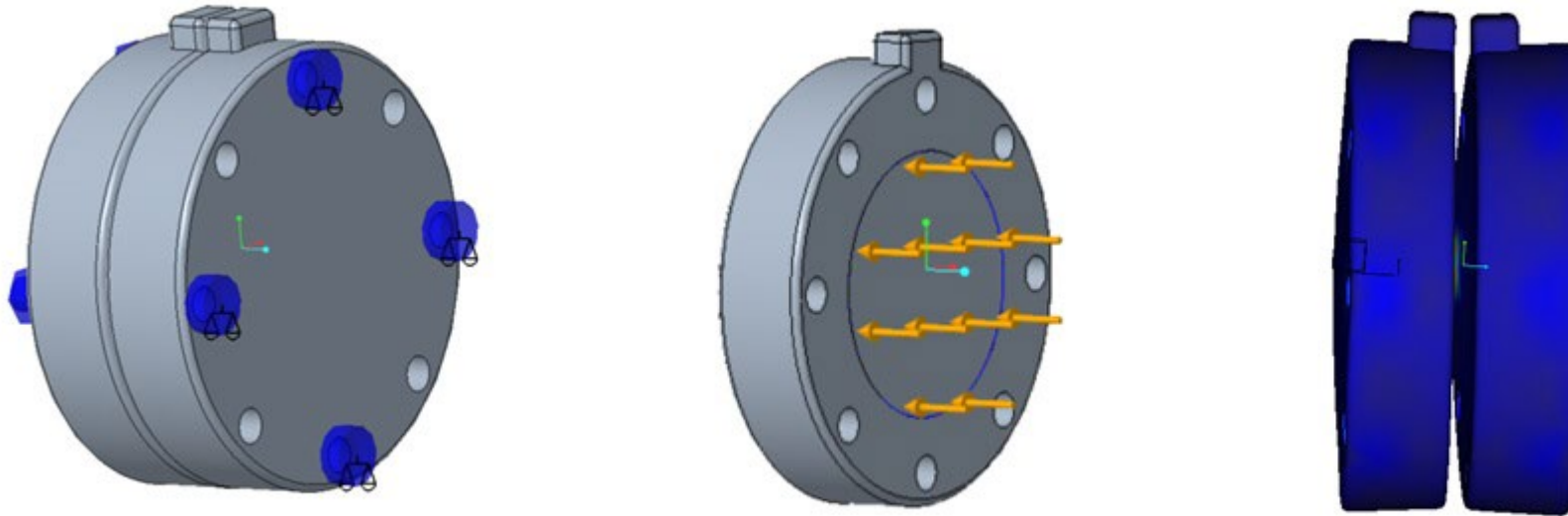
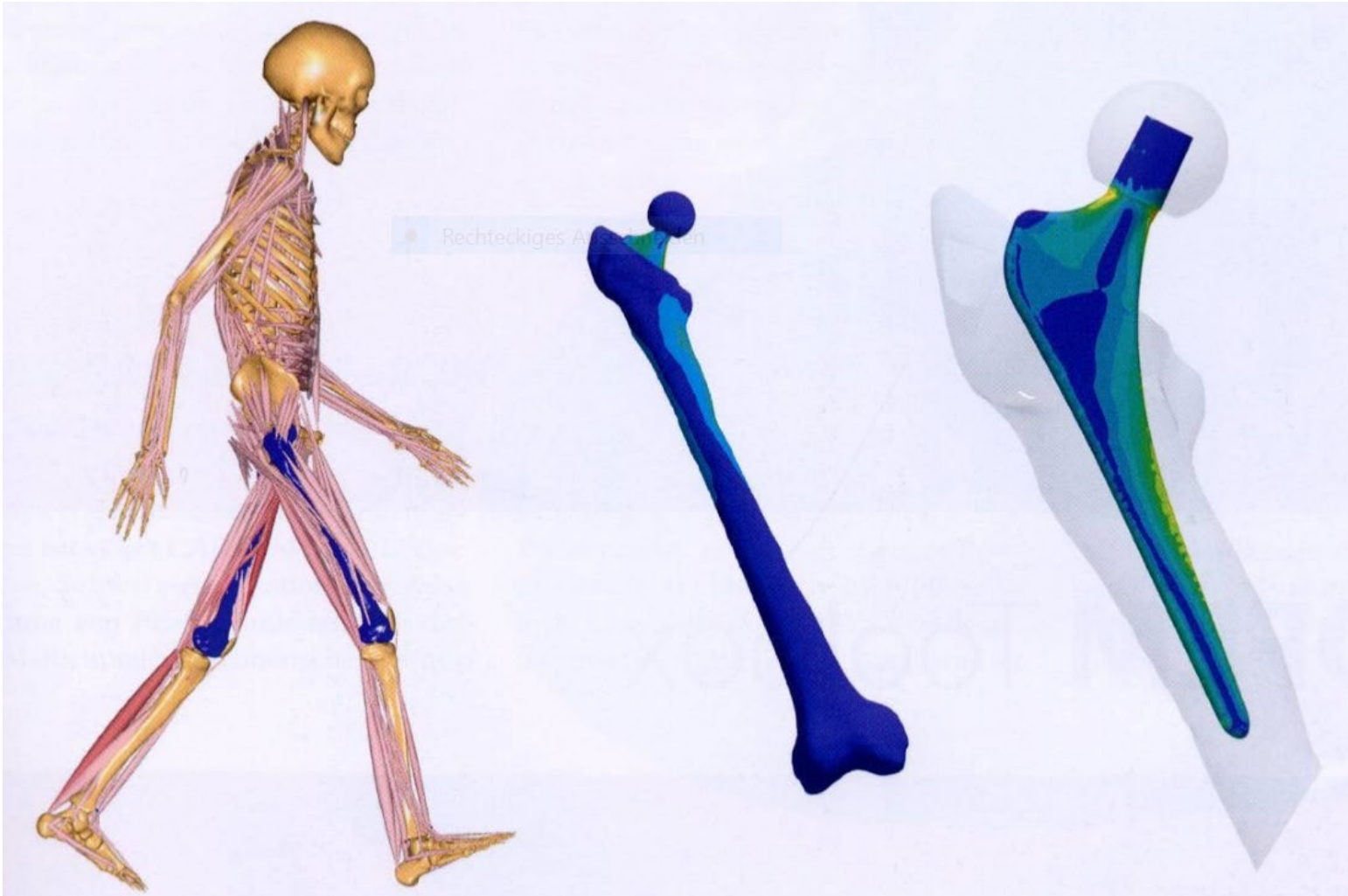


Bild:  
Frankfurt UAS

## FEM Analyse

- Durchbiegung der Endplatten eines Druck-Elektrolyseurs
- Auslegung auf bis zu 100 bar
- Simulation im Zusammenbau





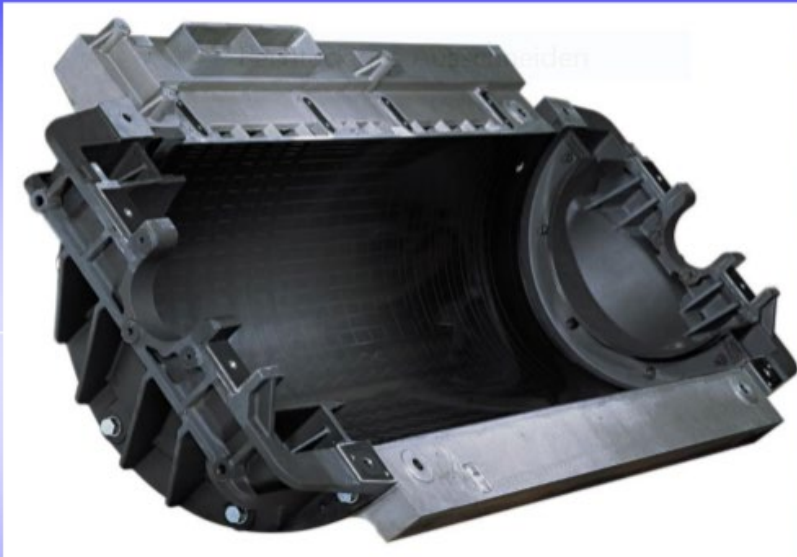
## Berechnung von Gelenk- und Muskelkräften

Quelle:

Skript Prof. Albrecht, FEM Grundlagen,  
Seminarplaner CADFEM 2011

## 3. LASER - Belichter - Hohlbett

*LASER image setter - indrum*



### Funktionen:

- Anlage und Fixierung der zu belichtenden Druckplatte
- justagefreie Aufnahme von Bauteilen
- Steifigkeit für die Belichtungsbaugruppe

### Geometrie:

- R 275 + 1 mm
- Zylindrizität 25 µm auch unter Belastung im Betrieb
- Winkel 180 °
- Länge 1100 mm (nur Zylinderfläche)

### Schnittstellen:

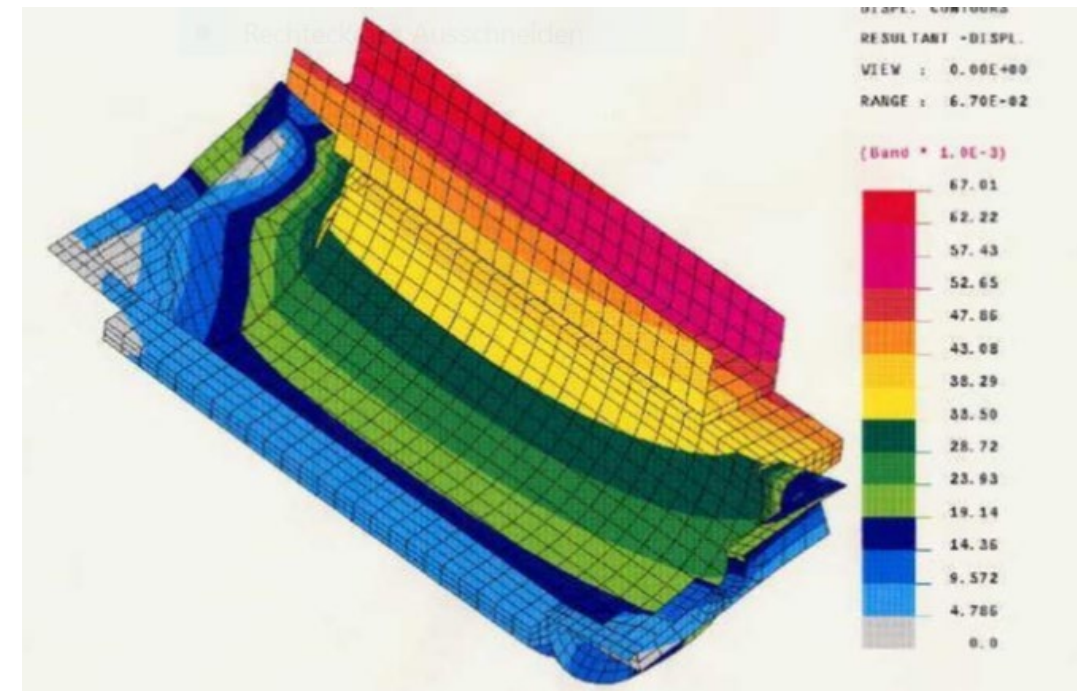
Optikmodul, Führungen Scanmodul, Führungen MAT, Registerstanze, Grundgestell (dazu schwingungsisoliert ab 20 Hz)

KP 15.02.2000

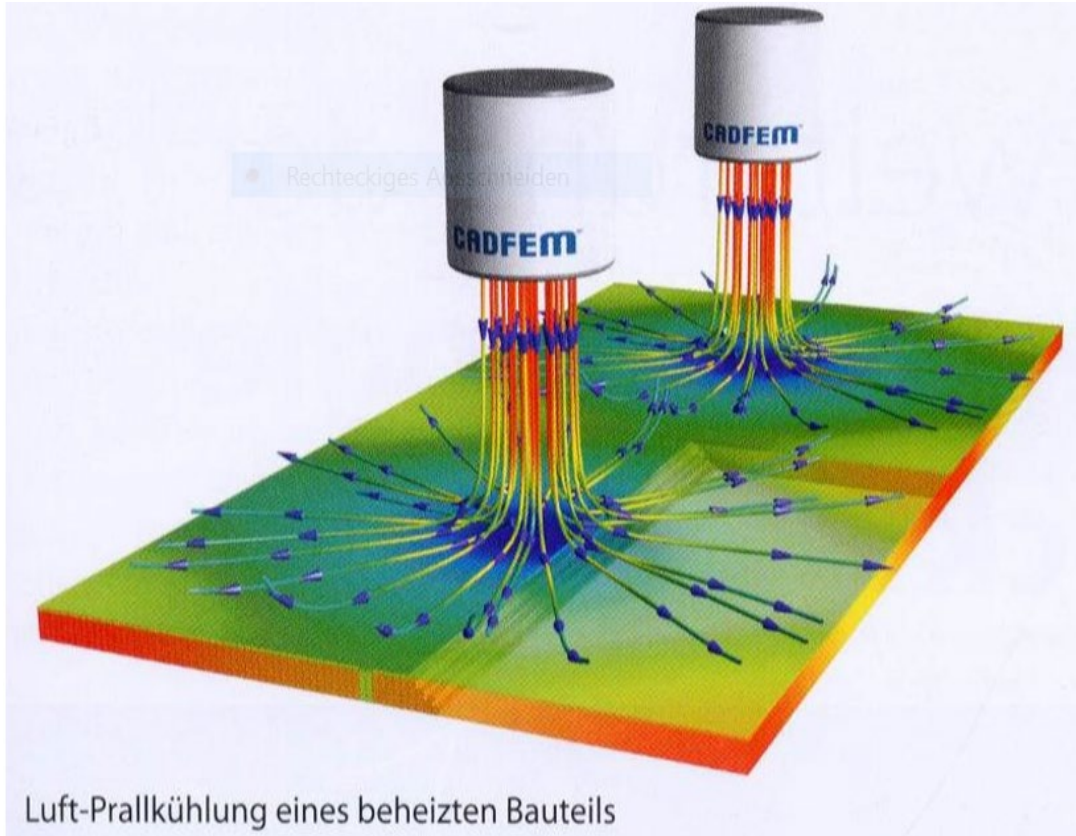
Prof. Dr. H. Albrecht

10

## Simulation von Verschiebungen, Vergleichsspannungen und Eigenfrequenzen



Quelle: Skript Prof. Albrecht, FEM Grundlagen, 2019



## Luft-Prallkühlung

- Strömungstechnische Simulation der Luft
- Wärmeleitung in der angeströmten Platte

Quelle:

Skript Prof. Albrecht, FEM Grundlagen,  
Seminarplaner CADFEM 2011

## Sicherheit

⇒ Vermeidung von aufwendigen Tests

⇒ neue Qualität von Entwicklungen, die nicht testbar sind

Rechteckiges Ausschneiden

## Wirtschaftlichkeit

⇒ kürzere Entwicklungszeiten durch Simulation und damit Verringerung von zeitintensiven Musterbau- und Testzyklen

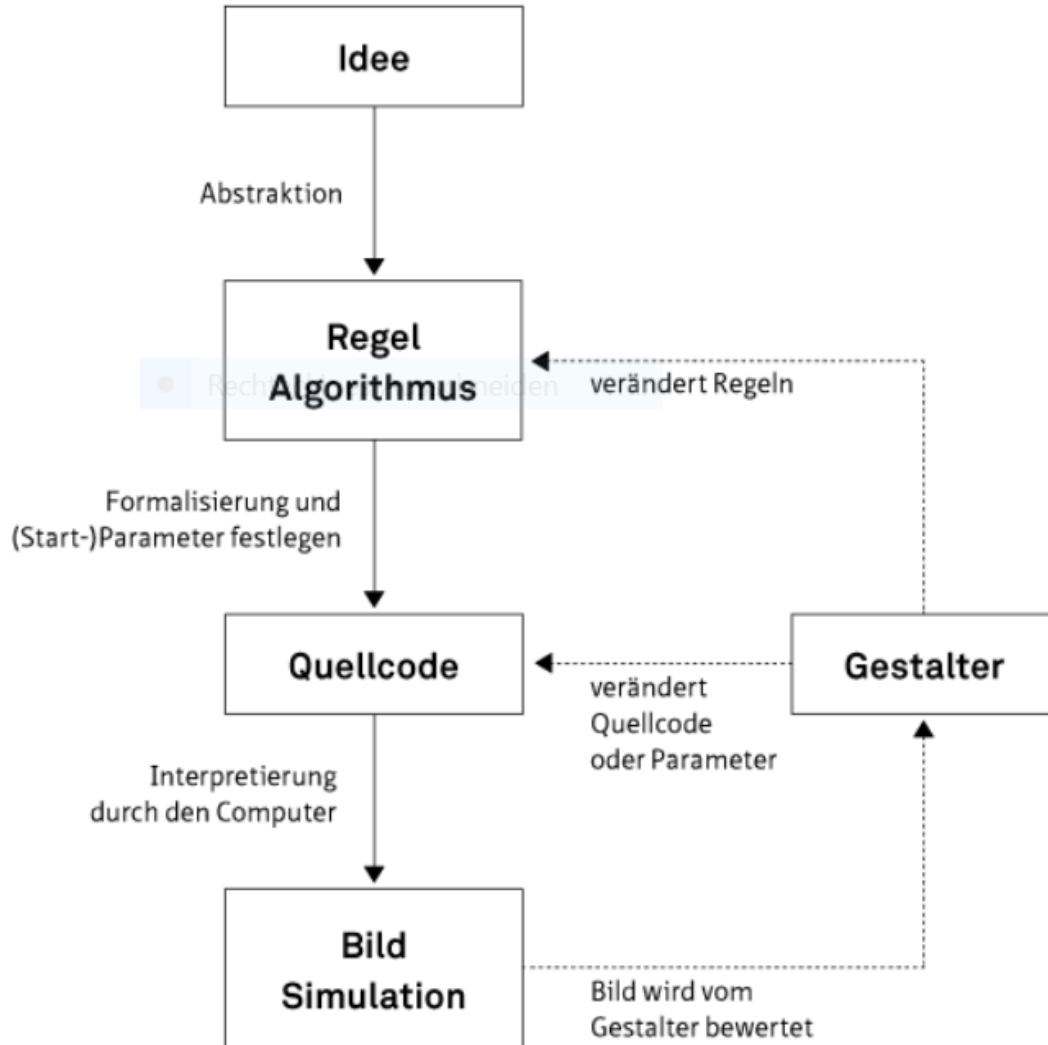
⇒ optimierte Bauteile hinsichtlich:

- Masse
- Steifigkeit
- Spannungsverteilung
- Schwingungsverhalten

Quelle:  
Skript Prof. Albrecht,  
FEM Grundlagen, 2019



... und wie sieht die Zukunft der FE – Methoden aus ?



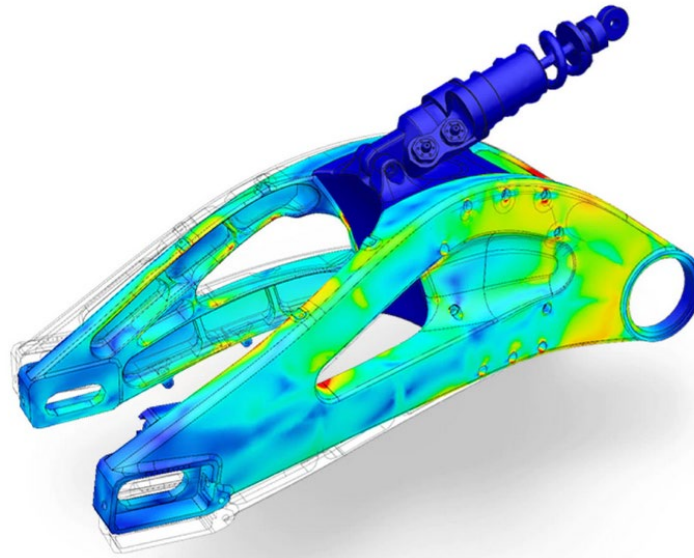
- Ursprung in der Architektur
- Basis ist ein erster Entwurf (CAD)
- Über einen Algorithmus erfolgt eine Computersimulation
- Veränderung durch Computer
- Entscheidung / Auswahl durch Konstrukteur

Quelle:

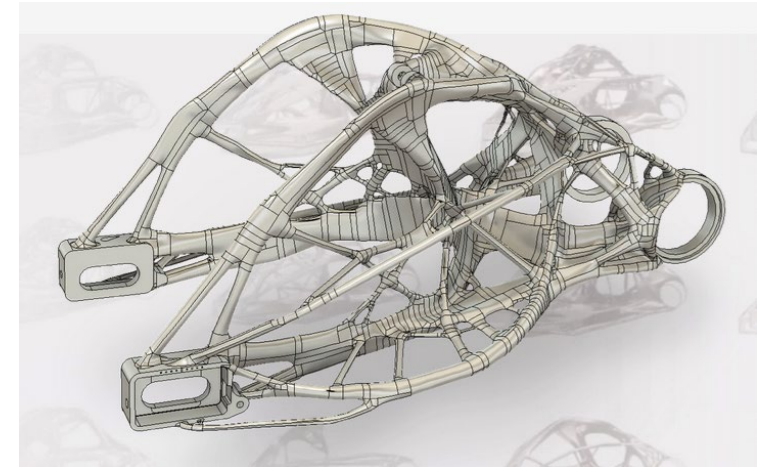
Bohnacker, H., Laub, J., Groß, B., Lazzeroni, C.: Generative Gestaltung, [www.generative-gestaltung.de](http://www.generative-gestaltung.de), 2009



**CAD Konstruktion**



**FEM Simulation**



**Generatives Design**

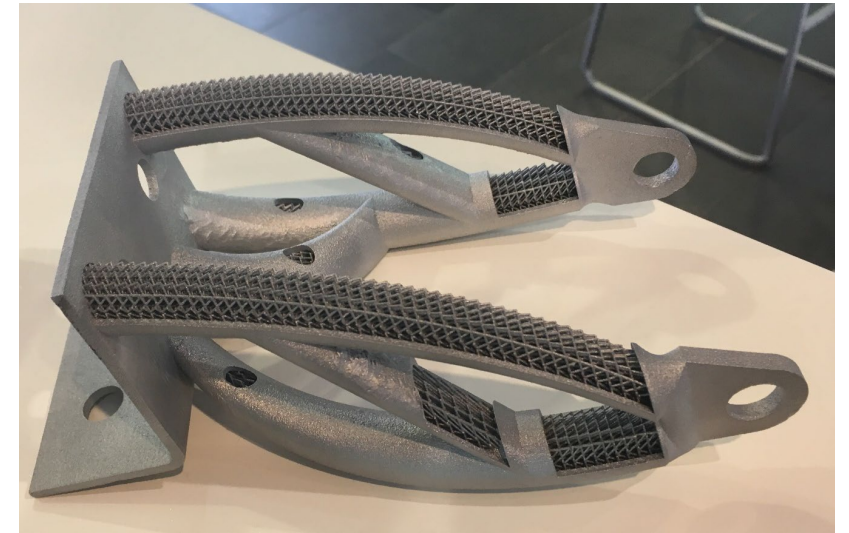
## Beispiel Konzept E-Fahrzeug e.GO der RWTH Aachen



Herkömmliche Fertigung aus mehreren Blechteilen. Mittels verschiedensten, aufwendigen Arbeitsschritten hergestellt



Kostengünstiges Gußteil, Prototyp mittels 3D-Druck hergestellt

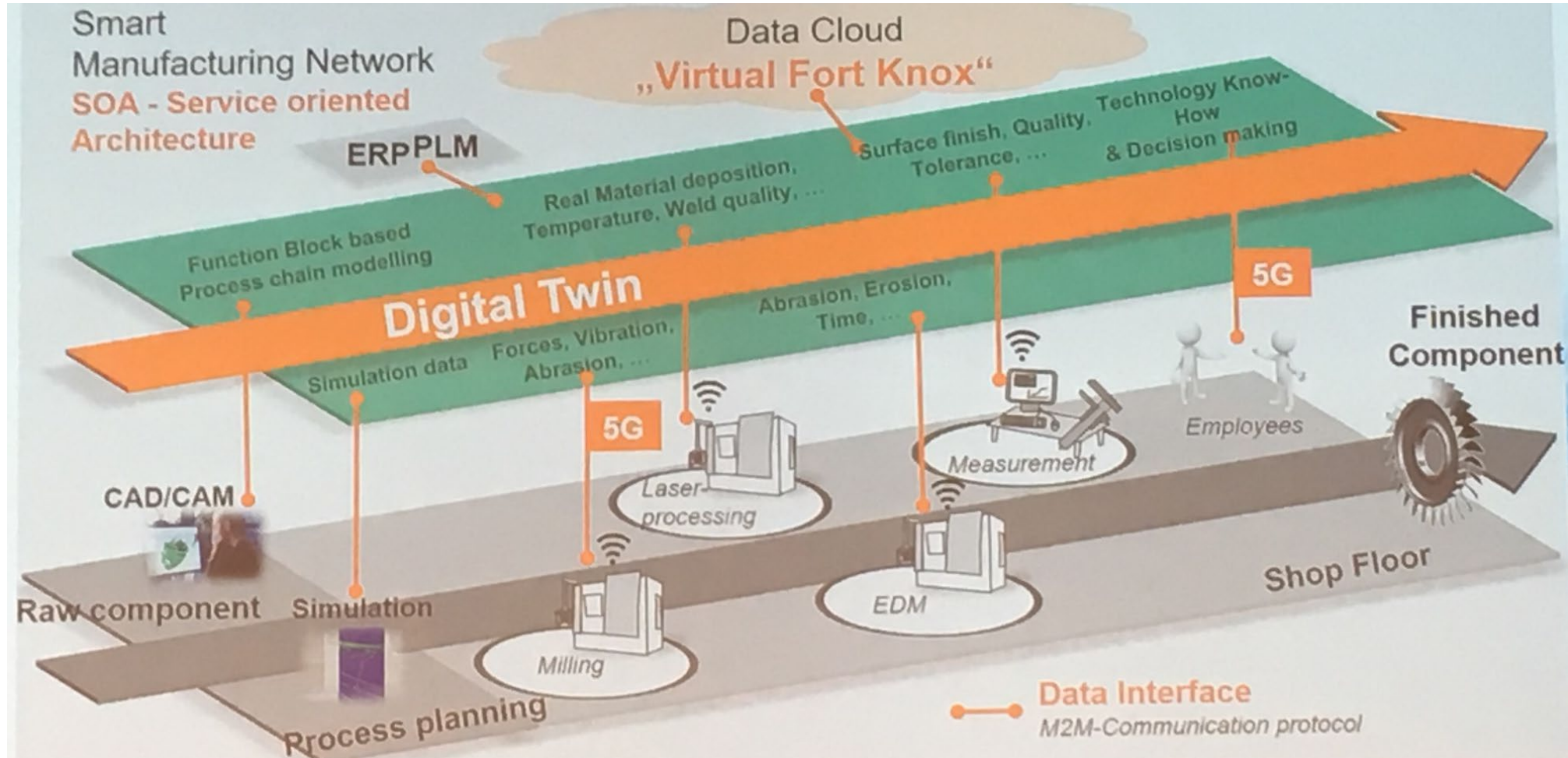


Computeroptimiertes Leitbauteil, mit „intelligenter“ Struktur, nur mittels 3D-Druck herstellbar

Quelle: Eigene Aufnahmen auf der Autodesk University, Darmstadt 2019

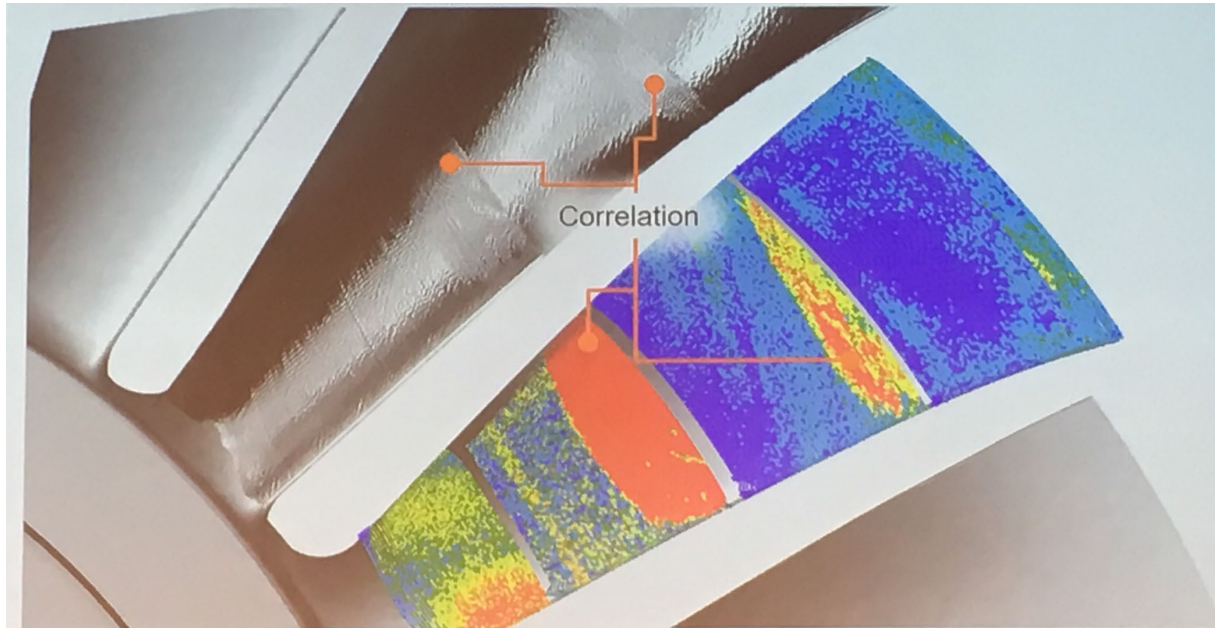


## Entwicklung der digitalen Fabrik – smart factory



Quelle:  
Fraunhofer IPT,  
Vortrag Autodesk  
University,  
Darmstadt 2019

## Visualisierung der Bauteil-Vibrationen / Mapping



Quelle:  
Fraunhofer IPT, Autodesk University,  
Darmstadt 2019

- Intuitives Lernen des Arbeiters wird auf die Maschine übertragen (Machine learning)
- Hochauflösende Simulation der mechanischen und thermischen Eigenschaften des Bauteils
- Korrelation der Daten aus Simulation und Messdaten aus der Fertigung
- Dokumentation aller Fertigungsdaten

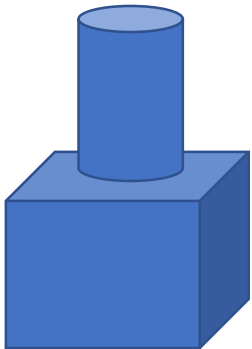
Fragen ?

# FEM

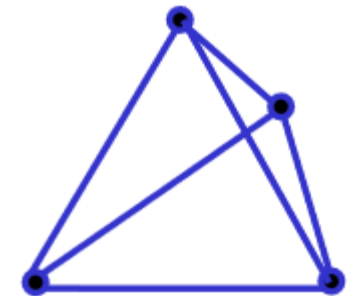
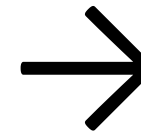
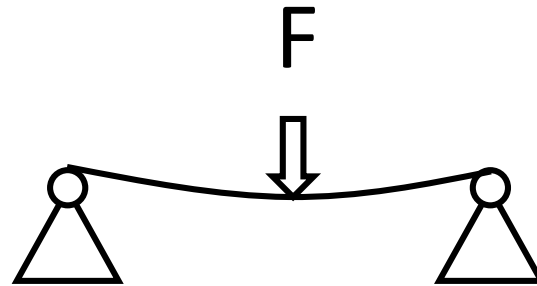
## Grundlagen und Vorgehen



## Vereinfachte Vorstellung:



+



**CAD Konstruktion**

**Technische Mechanik /  
Thermodynamik**

**FEM**

## Voraussetzungen für die Nutzung von FEM-Berechnungsprogrammen:

- Umwandlung des physikalischen Modells in ein mathematisches Modell  
=> Basiswissen, mathematische Näherungsverfahren
- Abstraktionsfähigkeit => Reduktion auf das Wesentliche
- Physikalische Kenntnisse (auf dem Gebiet Mechanik / Thermodynamik)
- Fertigkeiten im Umgang mit der FEM-Berechnungsprogramm  
=> Studium der Handbücher und Besuch von Lehrgängen

## 1.) Nutzung spezieller FE-Berechnungsprogramme:

- NASTRAN
- ABAQUS
- ANSYS
- MARC

=> Generierung des FE-Netzes: im FE-Programm /auf Basis importierter CAD-Geometriedaten

## 2.) Nutzung von CAD-Programmen mit integriertem FE-Berechnungsprogramm:

- CATIA
- NX
- CREO (ProEngineer)
- SOLIDWORKS
- Autodesk Fusion 360

=> Diese Programme besitzen in der Regel nicht den Umfang an Analysemethoden und Elementtypen wie spezielle FE-Berechnungsprogramme

## Wichtige Eingaben des Benutzers in das FE-Berechnungsprogramm:

- Randbedingungen (Belastungen, Lagerbedingungen)
- Materialkenngrößen
- Elementtyp
- Art des Analyseverfahrens

Detaillierte Angaben zum  
Vorgehen folgen in der Übung

Statik	Dynamik	Potential	
		stationär	instationär
$[K] \cdot \{u\} = \{F\}$ <p>[K] Steifigkeitsmatrix            {u} Verschiebungsvektor            {F} Restvektor (Kräfte)</p>	$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [c] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F\}$ <p>[K] Steifigkeitsmatrix            {u} Verschiebungsvektor            {F} Restvektor (Kräfte)            [M] Massenmatrix            [c] Dämpfungsmatrix</p>	$[K] \cdot \{P\} = \{F\}$ <p>[K] Leitfähigkeitsmatrix            {P} Potentialvektor            {F} Restvektor (Quellen)</p>	$[K] \cdot \{P\} + [C] \cdot \{P\} = \{F\}$ <p>[K] Leitfähigkeitsmatrix            {P} Potentialvektor            {F} Restvektor (Quellen)            [C] Kapazitätsmatrix</p>
	<p>Spezialfall <math>\{F\} = 0</math> und <math>[c] = 0</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• elektrisches (Fluss-)Feld / elektrostatisches Feld</li> <li>• Temperaturfeld (zusätzlich konvektive Randb.)</li> <li>• drehungsfreie Strömung (Sickerströmung)</li> <li>• Akustik</li> <li>• Magnetfeld (quellenfrei)</li> </ul>	

Quelle:  
Skript Prof. Albrecht,  
FEM Grundlagen, 2019

**lineare Statik (z.B. Feder):**

**Federsteifigkeit**

$$k \cdot u = F$$

wenn erforderliche Kraft bei gleicher Verschiebung zeitabhängig ist,

**d.h.  $F = F(t)$**

**→ Trägheitskraft**

$$m \cdot \ddot{u} \quad \text{und}$$

**→ Dämpfungskraft**

$$c \cdot \dot{u}$$

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = f(t)$$

**häufig angewendetes Verfahren:  $f(t) = 0$  und  $c = 0$**

**d.h. Struktur schwingt ohne äußere Krafteinwirkung**

$$m \cdot \ddot{u} + k \cdot u = 0$$

**Ergebnis: Eigenfrequenzen und Eigenformen**

**(bei welcher Frequenz schwingt die Struktur in welcher Form?)**

Quelle:

Skript Prof. Albrecht,  
FEM Grundlagen, 2019

Analytischer Ansatz bei komplizierten Strukturen und Diskontinuitäten in der Geometrie oft nicht möglich oder sehr aufwendig.

### Bei FEM:

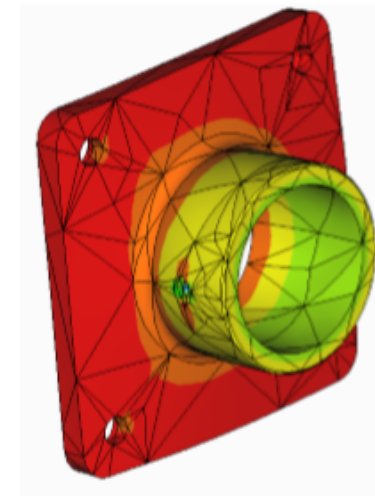
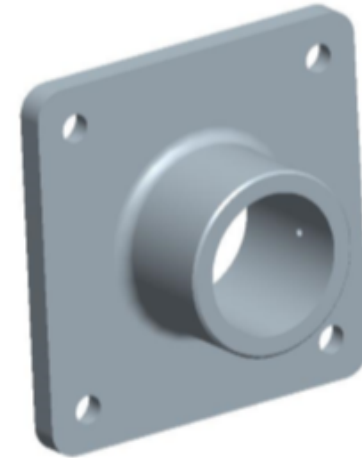
- Gesamtstruktur in **finite Elemente** aufgeteilt
- An Schnittstellen (**Knoten**) gelten Gleichgewichtsbedingungen
- Berechnungswerte werden an angrenzende Elemente übertragen
- Modularer Aufbau, Strukturen mit endlichen Freiheitsgraden, beliebig verfeinerbar => Näherung

Die Grundgleichung der Statik lautet:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{u}$$

Jedes einzelne Element kann mit dieser Gleichung beschrieben werden.

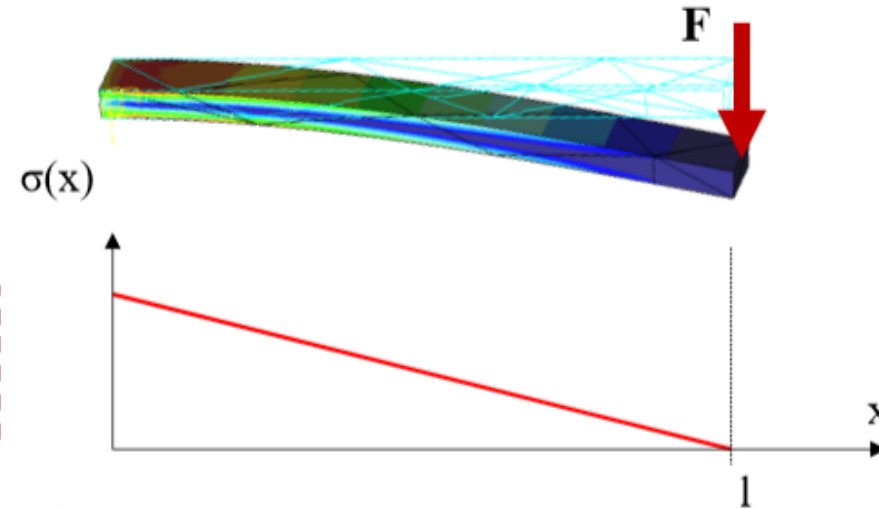
Daraus werden zunächst die Verschiebungen  $\mathbf{u}$  und dann die Spannungen berechnet



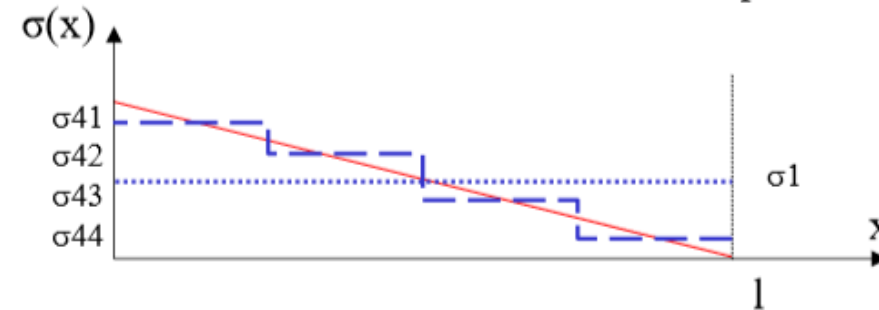
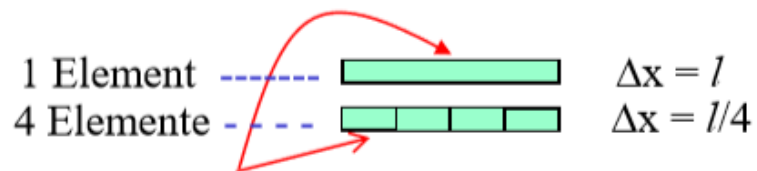
## Beispiel Biegebalken

Analytisch bestimmte Spannung in  
Abhängigkeit vom Weg  $x$

$$\sigma(x) = \frac{M_b(x)}{W_b} = \frac{F(l-x)}{W_b}$$



Mit FEM bestimmte Spannung in Abhängigkeit  
vom Weg  $x$  bei Verwendung von:



für Bereich  $\Delta x$  (Element) wird  $u$  bestimmt

$$\Rightarrow \varepsilon_{\text{Bereich}} = \frac{u}{\Delta x} = \text{konst}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{Bereich}} = \varepsilon * E = \text{konst}$$

Quelle:  
Skript Prof. Albrecht,  
FEM Grundlagen, 2019



Übung ab nächste Woche im Anschluss (26.10.2022)

## **Beispiel Biegebalken am FEM-Rechner**

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit !

## Hinweis

Diese Folien sind ausschließlich für den internen Gebrauch im Rahmen der Lehrveranstaltung an der Frankfurt University of Applied Sciences bestimmt. Sie sind nur zugänglich mit Hilfe eines Passwortes, das in der Vorlesung bekannt gegeben wird.